



GRA DYDAKTYCZNA

dla szkoły ponadpodstawowej

Anna Tatarczak

 Wrocław miasto spotkań



DOLNOŚLĄSKA BIBLIOTEKA PEDAGOGICZNA WE WROCŁAWIU





Fundusze Europejskie
Wiedza Edukacja Rozwój



**Rzeczpospolita
Polska**

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny



Wrocław miasto spotkań



DOLNOŚLĄSKA BIBLIOTEKA PEDAGOGICZNA WE WROCŁAWIU





Fundusze Europejskie
Wiedza Edukacja Rozwój



**Rzeczpospolita
Polska**

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny



Spis treści

Zagadnienia metodyczne.....	3
Pomoce dydaktyczne.....	4
Regulamin gry.....	4
Organizacja zajęć.....	5
Przykładowa rozgrywka.....	7
Propozycje modyfikacji gry.....	12
Załączniki	14
Załącznik 1 – Plansza do gry	14
Załącznik 2 – Pionki do gry	16
Załącznik 3 – Karty gry.....	17
Załącznik 4 – Karty gry - rozwiązania.....	19

Wrocław miasto spotkań



DOLNOŚLĄSKA BIBLIOTEKA PEDAGOGICZNA WE WROCŁAWIU





Rzeczpospolita
Polska

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny



Zagadnienia metodyczne

Klasa: II klasa LO – zakres rozszerzony

Temat: Granice ciągów

Zakres czasowy: Gra jest zaplanowana na jedną jednostkę lekcyjną.

Cele:

- utrwalenie wiadomości w zakresie obliczania granic ciągów
- rozumienie i przestrzeganie zasad gry
- rozwijanie umiejętności radzenia sobie z porażką

Metody:

- gra dydaktyczna

Formy pracy:

- praca w grupach

Gra w swej podstawowej wersji jest grą losową z elementami strategii – o wygranej decyduje nie tylko szczęście, ale także umiejętny wybór zajmowanych pól. Strategia jest stosunkowo prosta i obejmuje trzy podstawowe spostrzeżenia:

- pola leżące w centrum planszy są lepsze, bo można je wykorzystać w większej liczbie „trójkę”,
- należy zajmować sąsiadujące z sobą pola, bo daje to większe szanse na końcową „trójkę”,
- przeciwnikowi można przeszkadzać w odniesieniu zwycięstwa, zajmując ważne dla niego pola
- w interesie gracza jest aby przeciwnik źle rozwiązywał zadania, tym samym należy sprawdzać wyniki działań wykonane przez przeciwnika
- przy błędnym rozwiązaniu zadania przez przeciwnika, to pole jest nadal w grze i warto przy następnej okazji je wybrać



Rzeczpospolita
Polska

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny



Gra uczy planowania, przewidywania (również ruchów przeciwnika), dokonywania wyboru oraz budowania i stosowania strategii.

Pomoce dydaktyczne

Pomoce dydaktyczne do gry stanowią:

- Kotka do gry
- Plansza do gry – Załącznik 1
- Pionki do gry – Załącznik 2
- Karty gry – Załącznik 3
- Rozwiązania do kart do gry – Załącznik 4
- Kartka papieru i długopis.

Regulamin gry

1. Gra jest przeznaczona dla dwóch osób.
2. Zadanie dla nauczyciela: Należy rozłożyć planszę do gry (Załącznik 1). Każdy z graczy dostaje pionki w jednym kolorze – patrz Załącznik 2.
3. Każda drużyna dostaje kart do gry. Karty do gry należy wyciąć z papieru zgodnie z Załącznikiem 3. Gracz 1 dostaje karty do gry o numerach parzystych, gracz 2 o numerach nieparzystych. Karty do gry należy położyć, tak aby zadania były niewidoczne.
4. Rozwiązania do kart (Załącznik 3) rozdajemy uczestnikom. Gracz 1 dostaje karty do gry o numerach nieparzystych, gracz 2 o numerach parzystych. Rozwiązania należy położyć, tak aby zadania były niewidoczne.
5. Każdy gracz powinien mieć również kartkę papieru i długopis, żeby rozwiązywać zadania.
6. Podczas gry zawodnicy rozwiązują zadania, wylosowane ze swoich kart. Przeciwnik ma rozwiązania zadań. Zadaniem przeciwnika jest sprawdzenie czy zadanie zostało poprawnie rozwiązane (na podstawie rozwiązań – Załącznik4).
7. Gracze na zmianę wykonują ruchy.



Fundusze Europejskie
Wiedza Edukacja Rozwój



**Rzeczpospolita
Polska**

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny



8. Zawodnik rozpoczynający grę rzuca kostką. Po czym wybiera pole zgodne z numerem otrzymanego wyniku. Czyli jeśli na kostce wypadnie 5 oczek, to gracz z planszy wybiera to pole, które jest oznaczone cyfrą 5 i na którym nie ma jeszcze pionka. Takich pól może być kilka, elementem strategii gracza jest wybór najlepszego dla siebie pola. To jest pole, na którym gracz chciałby postawić pionek.
9. Teraz zawodnik bierze pierwszą kartę z ze swojej talii i rozwiązuje zadanie z kartki, którą wybrał. Zawodnik informuje przeciwnika jaki numer zadania aktualnie rozwiązuje. Zadanie rozwiązuje ten gracz, który aktualnie wykonuje ruch, czyli ten który wylosował kartę. Poprawność natomiast wyniku sprawdza przeciwnik, odszukując odpowiedni numer zadania w swojej talii (Załącznik 4).
10. Jeśli zadanie jest poprawnie rozwiązane, to na wybranym polu gracz stawia swój pionek. Pionek możemy postawić na wybranym przez siebie polu tylko wtedy, gdy poprawnie rozwiążemy zadanie z wylosowanej karty do gry. Zadanie może być obliczone w pamięci lub na kartce.
11. Na jednym polu może stać tylko jeden pionek. Jeżeli gracz błędnie rozwiązał wylosowane zadanie, to zawodnik nie stawia nigdzie swojego pionka.
12. Karta z rozwiązaniem poprawnie zadaniem zostaje odłożona na bok, w przypadku błędnego wyniku trafia z powrotem do talii z kartami do gry danego gracza (na spód talii).
13. Następnie ruch wykonuje kolejny gracz.
14. Wygrywa ten gracz, który jako pierwszy ustawi na planszy trzy pionki swojego koloru obok siebie w linii: poziomo, pionowo lub po skosie.

Organizacja zajęć

Tematem gry jest obliczanie granic ciągów. Ważne jest aby gra była zaproponowana na takim etapie edukacji, kiedy działania będące treścią gry nie są za trudne dla uczniów. Zbyt trudne zadania zniechęcą uczniów do podejmowania wysiłku.

1. Precyzyjne omówienie zasad, wyjaśnienie regulaminu gry przez nauczyciela.
2. Podział uczniów na drużyny dwuosobowe.
3. Rozdanie graczom pionków do gry. Pionki do gry należy wyciąć z papieru (patrz Załącznik 2).
4. Rozłożenie plansz do gry (Załącznik 1). Każda drużyna dostaje jedną planszę do gry.

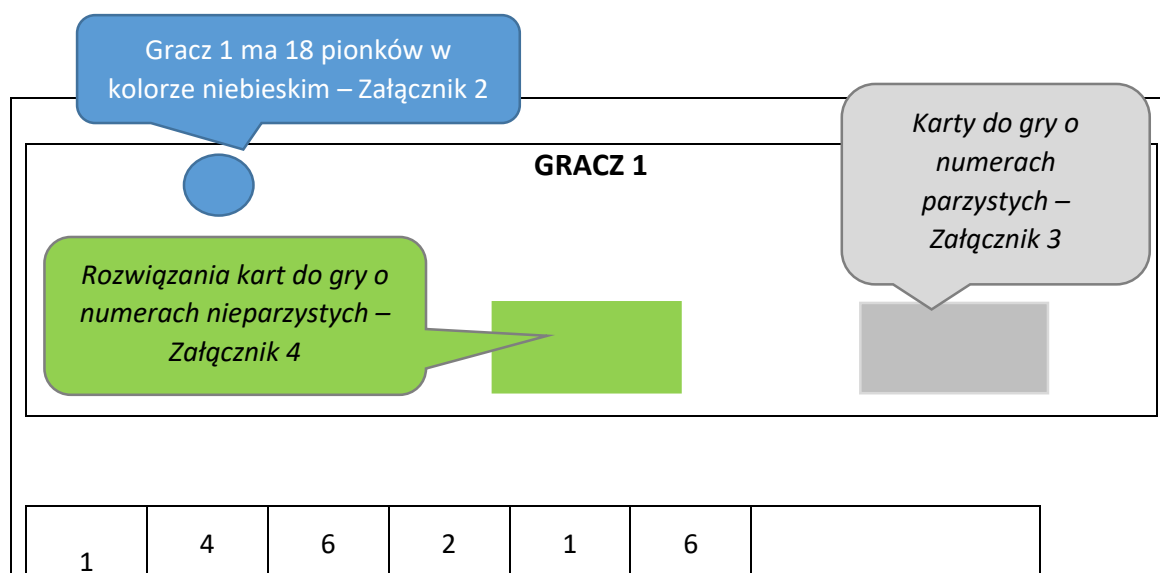
Wrocław miasto spotkań




DOLNOŚLĄSKA BIBLIOTEKA PEDAGOGICZNA WE WROCŁAWIU




5. Każda drużyna dostaje karty do gry (wycięte z Załącznika 3), rozwiązania kart do gry (Załącznik 4) kostkę do gry oraz kartkę papieru i długopis do rozwiązywania zadań.
6. Gracz 1 dostaje karty do gry o numerach parzystych, gracz 2 o numerach nieparzystych. Gracz 1 dostaje karty do gry o numerach nieparzystych, gracz 2 o numerach parzystych. Karty do gry oraz ich rozwiązania należy położyć, tak aby treści były niewidoczne.
7. Wycofanie się nauczyciela z aktywności na czas gry, zajęcie pozycji obserwatora. Poprawność wyników w pierwszej kolejności powinni sprawdzać sami uczestnicy (na podstawie rozwiązań), w sytuacjach spornych może wkroczyć nauczyciel.
8. W ramach jednych zajęć (45 minut) rekomendowane jest wykonanie trzech rozgrywek dla każdej z drużyny dwuosobowej.
9. Podsumowanie gry. Nauczyciel przedstawia zwycięzcę w każdej drużynie. Zwycięzcą w danej drużynie jest ten gracz, który wygrał więcej rozgrywek. Czyli jeśli podczas trzech rozgrywek w danej drużynie gracz A wygrał dwa razy, to on jest zwycięzcą w tej drużynie. Drużyny nie rywalizują ze sobą.




2	3	4	3	4	1	 Plansz do gry – Załącznik 1
6	4	2	3	1	2	
1	3	1	6	5	5	
2	6	2	3	2	5	
4	5	5	4	3	6	

GRACZ 2


Gracz 1 ma 18 pionków w kolorze czerwonym – Załącznik 2



Karty do gry o numerach nieparzystych – Załącznik 5



Rozwiązania kart do gry o numerach parzystych – Załącznik 4



Przykładowa rozgrywka

Gracz 1 – pionki niebieskie (patrz Załącznik 2)

Gracz 2 – pionki czerwone (patrz Załącznik 2)

Grę rozpoczyna Gracz 1.

	4	6	2	1	6
--	---	---	---	---	---



1					
2	3	● 4	3	4	1
6	4	2	3	1	2
1	3	1	6 ●	5	5
2	6	2	3	2	5
4	5	5	4	3	6

Gracz 1:



Liczba oczek: 6




- ✓ Gracz wybiera pole o numerze 6, gdzie chciałby postawić pionek
- ✓ Gracz losuje kartę ze swoich kart o numerach parzystych.
- ✓ Gracz informuje przeciwnika o numerze zadania.
- ✓ Gracz rozwiązał zadanie na kartce i informuje przeciwnika o wyniku.
- ✓ Przeciwnik sprawdza poprawność zadania – korzysta z talii z rozwiązaniami.
- ✓ Zadanie jest poprawnie rozwiązane.
- ✓ Gracz stawia swój pionek na wcześniej wybranym polu.
- ✓ Poprawnie rozwiązana karta zostaje odłożona na bok.

Gracz 2:



Liczba oczek: 4

- ✓ Gracz wybiera pole o numerze 4, gdzie chciałby postawić pionek
- ✓ Gracz losuje kartę ze swoich kart o numerach nieparzystych.
- ✓ Gracz informuje przeciwnika o numerze zadania.
- ✓ Gracz rozwiązał zadanie na kartce i informuje przeciwnika o wyniku.
- ✓ Przeciwnik sprawdza poprawność zadania – korzysta z talii z rozwiązaniami.
- ✓ Zadanie jest poprawnie rozwiązane.
- ✓ Gracz stawia swój pionek na wcześniej wybranym polu.
- ✓ Poprawnie rozwiązana karta zostaje odłożona na bok.

1	4	6	2	1	6
2	3	 4	3	4	1
6	4	2	 3	1	2
1	3	1	6 	5	5
2	6	2	3	2	5
4	5	5	4	3	6

Gracz 1:



Liczba oczek: 3

- ✓ Gracz wybiera pole o numerze 3, gdzie chciałby postawić pionek
- ✓ Gracz losuje kartę ze swoich kart o numerach parzystych.
- ✓ Gracz informuje przeciwnika o numerze zadania.
- ✓ Gracz rozwiązał zadanie na kartce i informuje przeciwnika o wyniku.
- ✓ Przeciwnik sprawdza poprawność zadania – korzysta z talii z rozwiązaniami.
- ✓ Zadanie jest poprawnie rozwiązane.
- ✓ Gracz stawia swój pionek na wcześniej wybranym polu.
- ✓ Poprawnie rozwiązana karta zostaje odłożona na bok.

Gracz 2:



Liczba oczek: 4

- ✓ Gracz wybiera pole o numerze 4, gdzie chciałby postawić pionek
- ✓ Gracz losuje kartę ze swoich kart o numerach nieparzystych.
- ✓ Gracz informuje przeciwnika o numerze zadania.
- ✓ Gracz rozwiązał zadanie na kartce i informuje przeciwnika o wyniku.
- ✓ Przeciwnik sprawdza poprawność zadania – korzysta z talii z rozwiązaniami.
- ✓ Zadanie jest błędnie rozwiązane.
- ✓ Gracz nie stawia nigdzie swojego pionka.
- ✓ Błędnie rozwiązana karta trafia z powrotem do talii z numerami nieparzystymi.



1	4	6	2	1	6
2	3	● 4	3 ●	4	1
6	4	2	3 ●	1	2
1	3	1	6 ●	5 ●	5
2	6	2	3	2	5
4	5	5	4	3	6

Gracz 1:



Liczba oczek: 5

- ✓ Gracz wybiera pole o numerze 5, gdzie chciałby postawić pionek
- ✓ Gracz losuje kartę ze swoich kart o numerach parzystych.
- ✓ Gracz informuje przeciwnika o numerze zadania.
- ✓ Gracz rozwiązał zadanie na kartce i informuje przeciwnika o wyniku.
- ✓ Przeciwnik sprawdza poprawność zadania – korzysta z talii z rozwiązaniami.
- ✓ Zadanie jest poprawnie rozwiązane.
- ✓ Gracz stawia swój pionek na wcześniej wybranym polu.
- ✓ Poprawnie rozwiązana karta zostaje odłożona na bok.

Gracz 2:



Liczba oczek: 3



- ✓ Gracz wybiera pole o numerze 3, gdzie chciałby postawić pionek
- ✓ Gracz losuje kartę ze swoich kart o numerach nieparzystych.
- ✓ Gracz informuje przeciwnika o numerze zadania.
- ✓ Gracz rozwiązał zadanie na kartce i informuje przeciwnika o wyniku.
- ✓ Przeciwnik sprawdza poprawność zadania – korzysta z talii z rozwiązaniami.
- ✓ Zadanie jest poprawnie rozwiązane.
- ✓ Gracz stawia swój pionek na wcześniej wybranym polu.
- ✓ Poprawnie rozwiązana karta zostaje odłożona na bok.

1	4	6	2	1	6
2	● 3	● 4	● 3	4	1
6	4	2 ●	3 ●	1	2
1	3	1	6 ●	5 ●	5
2	6	2	3	2	5
4	5	5	4	3	6

Gracz 1:



Liczba oczek: 2

- ✓ Gracz wybiera pole o numerze 2, gdzie chciałby postawić pionek
- ✓ Gracz losuje kartę ze swoich kart o numerach parzystych.



- ✓ Gracz informuje przeciwnika o numerze zadania.
- ✓ Gracz rozwiązał zadanie na kartce i informuje przeciwnika o wyniku.
- ✓ Przeciwnik sprawdza poprawność zadania – korzysta z talii z rozwiązaniami.
- ✓ Zadanie jest poprawnie rozwiązane.
- ✓ Gracz stawia swój pionek na wcześniej wybranym polu.
- ✓ Poprawnie rozwiązana karta zostaje odłożona na bok.

Gracz 2:



Liczba oczek: 3

- ✓ Gracz wybiera pole o numerze 3, gdzie chciałby postawić pionek
- ✓ Gracz losuje kartę ze swoich kart o numerach nieparzystych.
- ✓ Gracz informuje przeciwnika o numerze zadania.
- ✓ Gracz rozwiązał zadanie na kartce i informuje przeciwnika o wyniku.
- ✓ Przeciwnik sprawdza poprawność zadania – korzysta z talii z rozwiązaniami.
- ✓ Zadanie jest poprawnie rozwiązane.
- ✓ Gracz stawia swój pionek na wcześniej wybranym polu.
- ✓ Poprawnie rozwiązana karta zostaje odłożona na bok.

Gra kończy się. Gracz 2 ułożył trzy pionki w poziomie.

Propozycje modyfikacji gry

1. Wygrywa zawodnik, który jako pierwszy ustawi cztery pionki swojego koloru obok siebie w linii: poziomo, pionowo lub po skosie.
2. Gra toczy się aż do wypełnienia planszy. Wygrywa zawodnik, który zajmie na planszy więcej pól.
3. Karty do gry można modyfikować, wprowadzać nowe przykłady z zakresu granic ciągów.
4. Gdy gracz błędnie obliczy zadanie, pionek na tym polu stawia przeciwnik.
5. Zawodnicy rzucają dwiema kostkami, po czym wybierają jedną z nich i ustawiają swój pionek na polu odpowiadającym wybranej kostce.



Fundusze Europejskie
Wiedza Edukacja Rozwój



**Rzeczpospolita
Polska**

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny



6. Zawodnicy rzucają dwiema kostkami i ustawiają dwa swoje pionki na polach odpowiadających uzyskanym wynikom.
7. Karty gry (Załącznik 3) mogą stanowić inny temat lekcyjny.

Wrocław miasto spotkań



DOLNOŚLĄSKA BIBLIOTEKA PEDAGOGICZNA WE WROCŁAWIU





Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny



Załączniki

Załącznik 1 – Plansza do gry

1	2	1	4	5	6
5	4	3	6	2	3
3	2	5	4	3	5
4	6	1	2	6	1
1	3	5	4	5	6



Fundusze Europejskie
Wiedza Edukacja Rozwój



Rzeczpospolita
Polska

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny



2	4	3	1	2	6
---	---	---	---	---	---

Wrocław miasto spotkań



DOLNOŚLĄSKA BIBLIOTEKA PEDAGOGICZNA WE WROCŁAWIU

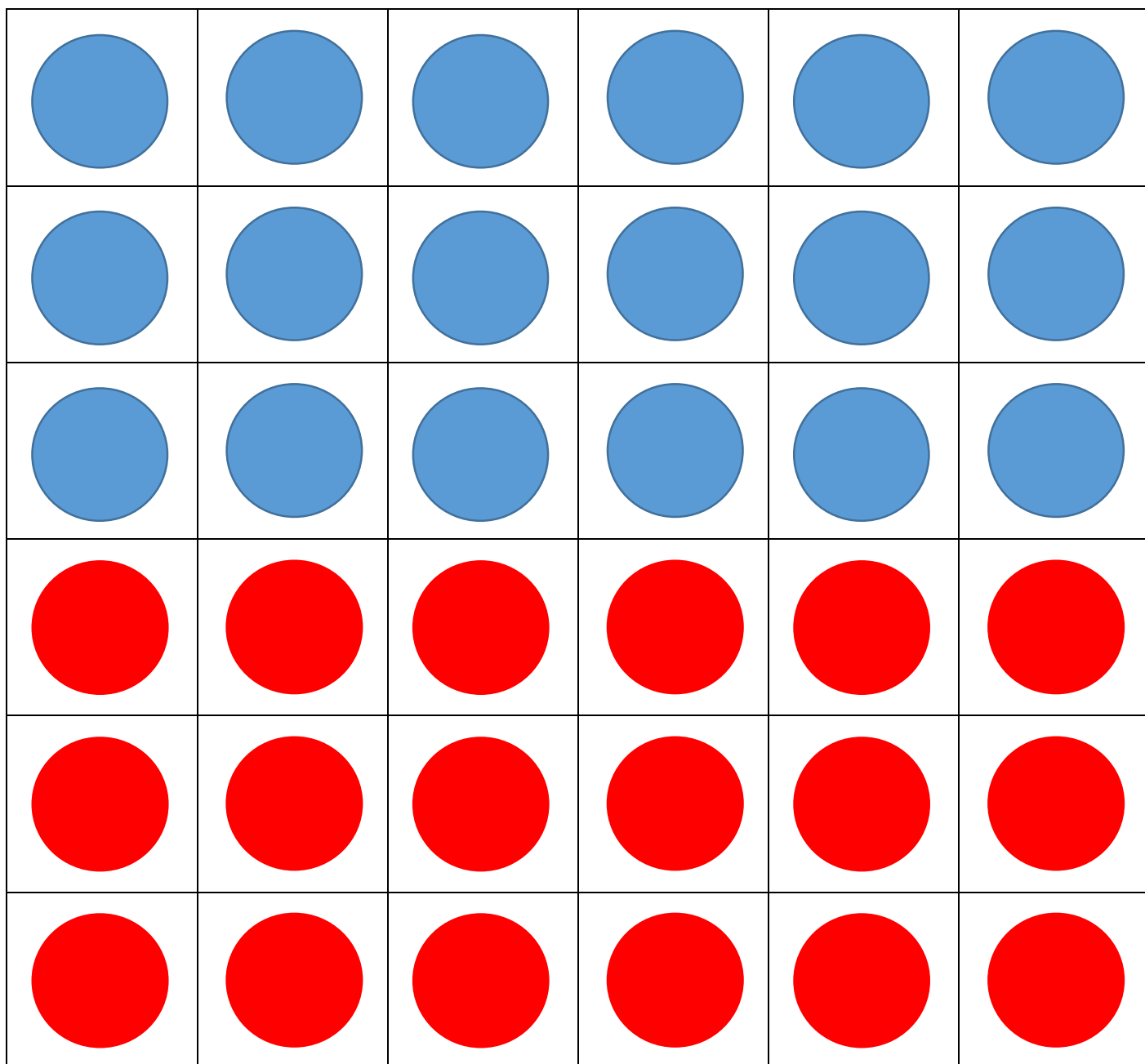




Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny



Załącznik 2 – Pionki do gry



Wrocław miasto spotkań





Załącznik 3 – Karty gry

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^4 - 7n}{3n^4 + 9n^2 - n + 2}$	2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^4 - 7n}{3n^4 + 9n^2 - n + 2}$	3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^3 - 7n}{3n^4 + 9n^2 - n + 2}$	4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^4 - 7n}{3n^3 + 9n^2 - n + 2}$
5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^4 - 7n}{n^3 + 9n^2 - n + 2}$	6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^4 - 7n}{3n^4 - n + 2}$	7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^2 - 7n}{9n^2 - n + 2}$	8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^4 + 7n}{3n^3 + 9n^2 - n + 2}$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)^3}{(4n-1)^2(1-5n)}$	10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-1)^3}{(4n-1)^2(1-5n)}$	11. $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^4 - n^2 + 1)$	12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n+1}$
13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3}{n+1}$	14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{3n+1}$	15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3}{2n+1}$	16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-1)^3}{(n-1)^2(1-5n)}$
17. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)^3}{(n-1)^2(1-5n)}$	18. $\lim_{n \rightarrow \infty} (-n^3 - n^2 + 1)$	19. $\lim_{n \rightarrow \infty} (-n^4 - n^2 + 1)$	20. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} - 3^{n+2}}{3^{n-1}}$
21. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} - 3^{n+2}}{3^n}$	22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} - 3^n}{3^{n-1}}$	23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 3^{n+2}}{3^{n-1}}$	24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 3n + 2}{-n + 1}$
25. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 3n + 2}{2n^2 - n + 1}$	26. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 2}{2n^2 - n + 1}$	27. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3n + 2}{2n^2 - n + 1}$	28. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n)$
29. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n} - n)$	30. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - n} - n)$	31. $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n^4 + n^2 + 1)$	32. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 - n + 6}{2n^3 - n^2 + 2n + 1}$
33. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - n + 6}{2n^3 - n^2 + 2n + 1}$	34. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 - n + 6}{n^2 + 2n + 1}$	35. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - n + 6}{2n^3 - n^2 + 2n + 1}$	36. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n - \sqrt{n^2 + n}}$



Fundusze Europejskie
Wiedza Edukacja Rozwój



**Rzeczpospolita
Polska**

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny



Wrocław miasto spotkań



DOLNOŚLĄSKA BIBLIOTEKA PEDAGOGICZNA WE WROCŁAWIU





Załącznik 4 – Karty gry - rozwiązania

1.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^4 - 7n}{3n^4 + 9n^2 - n + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 \left(\frac{-2n^4}{n^4} - \frac{7n}{n^4} \right)}{n^4 \left(\frac{3n^4}{n^4} + \frac{9n^2}{n^4} - \frac{n}{n^4} + \frac{2}{n^4} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2 - \frac{7}{n^3}}{3 + \frac{9}{n^2} - \frac{1}{n^3} + \frac{2}{n^4}} = -\frac{2}{3}$
2.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^4 - 7n}{3n^4 + 9n^2 - n + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 \left(\frac{-3n^4}{n^4} - \frac{7n}{n^4} \right)}{n^4 \left(\frac{3n^4}{n^4} + \frac{9n^2}{n^4} - \frac{n}{n^4} + \frac{2}{n^4} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3 - \frac{7}{n^3}}{3 + \frac{9}{n^2} - \frac{1}{n^3} + \frac{2}{n^4}} = -\frac{3}{3} = -1$
3.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^3 - 7n}{3n^4 + 9n^2 - n + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 \left(\frac{-2n^4}{n^4} - \frac{7n}{n^4} \right)}{n^4 \left(\frac{3n^4}{n^4} + \frac{9n^2}{n^4} - \frac{n}{n^4} + \frac{2}{n^4} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2 - \frac{7}{n^3}}{3 + \frac{9}{n^2} - \frac{1}{n^3} + \frac{2}{n^4}} = -\frac{2}{3}$
4.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^4 - 7n}{3n^3 + 9n^2 - n + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 \left(\frac{-2n^4}{n^4} - \frac{7n}{n^4} \right)}{n^4 \left(\frac{3n^4}{n^4} + \frac{9n^2}{n^4} - \frac{n}{n^4} + \frac{2}{n^4} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2 - \frac{7}{n^3}}{3 + \frac{9}{n^2} - \frac{1}{n^3} + \frac{2}{n^4}} = -\frac{2}{3}$
5.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^4 - 7n}{n^3 + 9n^2 - n + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 \left(\frac{-2n^4}{n^4} - \frac{7n}{n^4} \right)}{n^3 \left(\frac{3n^3}{n^3} + \frac{9n^2}{n^3} - \frac{n}{n^3} + \frac{2}{n^3} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(-2 - \frac{7}{n^3} \right)}{3 + \frac{9}{n^2} - \frac{1}{n^3} + \frac{2}{n^4}} = +\infty$
6.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^4 - 7n}{3n^4 - n + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 \left(\frac{-3n^4}{n^4} - \frac{7n}{n^4} \right)}{n^4 \left(\frac{3n^4}{n^4} - \frac{n}{n^4} + \frac{2}{n^4} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3 - \frac{7}{n^3}}{3 - \frac{1}{n^3} + \frac{2}{n^4}} = -\frac{3}{3} = -1$
7.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^2 - 7n}{9n^2 - n + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left(\frac{-2n^2}{n^2} - \frac{7n}{n^2} \right)}{n^2 \left(\frac{9n^2}{n^2} - \frac{n}{n^2} + \frac{2}{n^2} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2 - \frac{7}{n}}{9 - \frac{1}{n} + \frac{2}{n^2}} = -\frac{2}{9}$
8.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^4 + 7n}{3n^3 + 9n^2 - n + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 \left(\frac{-2n^4}{n^4} + \frac{7n}{n^4} \right)}{n^3 \left(\frac{3n^3}{n^3} + \frac{9n^2}{n^3} - \frac{n}{n^3} + \frac{2}{n^3} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(-2 + \frac{7}{n^3} \right)}{3 + \frac{9}{n^2} - \frac{1}{n^3} + \frac{2}{n^4}} = -\infty$
9.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)^3}{(4n-1)^2(1-5n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(1 - \frac{1}{n} \right)^3}{n^2 \left(4 - \frac{1}{n} \right)^2 n \left(1 - \frac{5}{n} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(1 - \frac{1}{n} \right)^3}{\left(4 - \frac{1}{n} \right)^2 \left(1 - \frac{5}{n} \right)} = \frac{1}{4}$
10.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-1)^3}{(4n-1)^2(1-5n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(2 - \frac{1}{n} \right)^3}{n^2 \left(4 - \frac{1}{n} \right)^2 n \left(1 - \frac{5}{n} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(2 - \frac{1}{n} \right)^3}{\left(4 - \frac{1}{n} \right)^2 \left(1 - \frac{5}{n} \right)} = \frac{8}{4} = 2$
11.	$\lim_{n \rightarrow \infty} (n^4 - n^2 + 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n^4 \left(1 - \frac{n^2}{n^4} + \frac{1}{n^4} \right) = +\infty$



12.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(2 + \frac{3}{n})}{n(1 + \frac{1}{n})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{n}}{1 + \frac{1}{n}} = 2$
13.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(1 + \frac{3}{n})}{n(1 + \frac{1}{n})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{3}{n}}{1 + \frac{1}{n}} = 1$
14.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{3n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(2 + \frac{3}{n})}{n(3 + \frac{1}{n})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{n}}{3 + \frac{1}{n}} = \frac{2}{3}$
15.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3}{2n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(1 + \frac{3}{n})}{n(2 + \frac{1}{n})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{3}{n}}{2 + \frac{1}{n}} = \frac{1}{2}$
16.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-1)^3}{(n-1)^2(1-5n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3(2 - \frac{1}{n})^3}{n^2(1 - \frac{1}{n})^2 n(1 - \frac{5}{n})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2 - \frac{1}{n})^3}{(1 - \frac{1}{n})^2 (1 - \frac{5}{n})} = \frac{8}{1} = 8$
17.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)^3}{(n-1)^2(1-5n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3(1 - \frac{1}{n})^3}{n^2(1 - \frac{1}{n})^2 n(1 - \frac{5}{n})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1 - \frac{1}{n})^3}{(1 - \frac{1}{n})^2 (1 - \frac{5}{n})} = \frac{1}{1} = 1$
18.	$\lim_{n \rightarrow \infty} (-n^3 - n^2 + 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left(-1 - \frac{n^2}{n^3} + \frac{1}{n^3} \right) = -\infty$
19.	$\lim_{n \rightarrow \infty} (-n^4 - n^2 + 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n^4 \left(-1 - \frac{n^2}{n^4} + \frac{1}{n^4} \right) = -\infty$
20.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} - 3^{n+2}}{3^{n-1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n \cdot 2} \cdot 3^{n \cdot 9}}{3^{n \cdot \frac{1}{3}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n} \cdot 3^{9n}}{3^{\frac{1}{3}n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{0 \cdot 2^{-9}}{\frac{1}{3}} = -27$



21.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} - 3^{n+2}}{3^n} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n \cdot 2 - 3^n \cdot 9}{3^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+2} \cdot 3^{n+2}}{3^{2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{0 \cdot 2 - 9}{1} = -9$
22.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} - 3^n}{3^{n-1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n \cdot 2 - 3^n}{3^n \cdot \frac{1}{3}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n \cdot 2 \cdot 3^n}{3^n \cdot \frac{1}{3}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{0 \cdot 2 - 1}{\frac{1}{3}} = -3$
23.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 3^{n+2}}{3^{n-1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 3^n \cdot 9}{3^n \cdot \frac{1}{3}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n \cdot 3^n \cdot 9}{3^n \cdot \frac{1}{3}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{0 - 9}{\frac{1}{3}} = -27$
24.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 3n + 2}{-n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2(5 + \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2})}{n(-1 + \frac{1}{n})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(5 + \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2})}{(-1 + \frac{1}{n})} = -\infty$
25.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 3n + 2}{2n^2 - n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2(5 + \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2})}{n(2 + \frac{1}{n})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(5 + \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2})}{(2 + \frac{1}{n})} = +\infty$
26.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 2}{2n^2 - n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(\frac{3}{n} + \frac{2}{n^2})}{n^2(2 + \frac{1}{n^2})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{2}{n}}{n(2 + \frac{1}{n^2})} = 0$
27.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3n + 2}{2n^2 - n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2(2 + \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2})}{n(2 + \frac{1}{n})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(2 + \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2})}{(2 + \frac{1}{n})} = +\infty$



28.	$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n)$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n) \cdot \frac{(\sqrt{n^2 + n} + n)}{(\sqrt{n^2 + n} + n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n - n^2}{\sqrt{n^2 + n} + n}$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{\sqrt{n^2 + n} + n} \right)$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{n}{n}}{\sqrt{n^2 \left(1 + \frac{1}{n}\right) + \frac{n}{n}}} \right) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{n} + 1}} \right) = \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2}$
29.	$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n} - n)$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n} - n) \cdot \frac{(\sqrt{n^2 + 2n} + n)}{(\sqrt{n^2 + 2n} + n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n - n^2}{\sqrt{n^2 + 2n} + n}$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n}{\sqrt{n^2 + 2n} + n} \right)$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2 \frac{n}{n}}{\sqrt{n^2 \left(1 + \frac{2}{n}\right) + \frac{n}{n}}} \right) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{\sqrt{1 + \frac{2}{n} + 1}} \right) = \frac{2}{1 + 1} = \frac{2}{2} = 1$
30.	$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - n} - n)$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - n} - n) \cdot \frac{(\sqrt{n^2 - n} + n)}{(\sqrt{n^2 - n} + n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n - n^2}{\sqrt{n^2 - n} + n}$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{-n}{\sqrt{n^2 - n} + n} \right)$ $= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{-\frac{n}{n}}{\sqrt{n^2 \left(1 - \frac{1}{n}\right) + \frac{n}{n}}} \right) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{-1}{\sqrt{1 - \frac{1}{n} + 1}} \right) = \frac{-1}{1 + 1} = \frac{-1}{2}$
31.	$\lim_{n \rightarrow \infty} (2n^4 + n^2 + 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n^4 \left(2 + \frac{n^2}{n^4} + \frac{1}{n^4} \right) = +\infty$
32.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 - n + 6}{2n^3 - n^2 + 2n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(4 - \frac{1}{n^2} + \frac{6}{n^3} \right)}{n^3 \left(2 - \frac{1}{n} + \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3} \right)} = \frac{4}{2} = 2$



33.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - n + 6}{2n^3 - n^2 + 2n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2(4 - \frac{1}{n} + \frac{6}{n^2})}{n^3(2 - \frac{1}{n} + \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3})} = 0$
34.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 - n + 6}{n^2 + 2n + 1} =$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3(4 - \frac{1}{n^2} + \frac{6}{n^3})}{n^2(\frac{1}{1} + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2})} = +\infty$
35.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - n + 6}{2n^3 - n^2 + 2n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3(2 - \frac{1}{n^2} + \frac{6}{n^3})}{n^3(2 - \frac{1}{n} + \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3})} = \frac{2}{2} = 1$
36.	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n - \sqrt{n^2 + n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n - \sqrt{n^2 + n}} \cdot \frac{n + \sqrt{n^2 + n}}{n + \sqrt{n^2 + n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 2\sqrt{n^2 + n}}{n^2 - n^2 - n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 2\sqrt{n^2 + n}}{-n} =$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(2 + 2\sqrt{1 + \frac{1}{n}})}{-n} = -4$